Hauptseminar S2B2
,,Das Maximumprinzip und seine Anwendungen"

Elena Demattè*, Juan J.L. Velázquez†

10. März 2025

Das Maximumprinzip ist eine der nützlichste und bekannteste Methode in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Dieses Prinzip ist eine Verallgemeinerung des folgenden Prinzips aus der elementaren Analysis:

Jede Funktion $f(x)$, die die Ungleichung $f''(x) > 0$ auf dem geschlossenen Interval [a,b] erfüllt, erreicht ihr Maximum an den Endpunkten des Intervals.

Wir sagen dann, dass die Lösungen der Ungleichung $f'' > 0$ ein *Maximumprinzip* erfüllen. Dies gilt auch im Allgemein: Differentialgleichungen, dessen Lösungen in einem Gebiet G ihr Maximum auf dem Rand von G erreichen, besitzen ein Maximumprinzip.

In diesem Seminar werden wir das Maximumprizip für elliptische, parabolische und hyperbolische Gleichungen einführen und einige wichtige Anwendungen betrachten. Wir werden nämlich sehen, wie man ein einfaches Prinzip wie das Maximumprinzip für den Beweis wichtiger und nicht-trivialer Aussagen nutzen kann. Mit dem Maximumprinzip ist es zum Beispiel möglich, das Verhalten von Lösungen solcher Gleichungen genau zu bestimmen.

Notwendige Vorerkentnisse für die Teilnahme an diesem Hauptseminar sind die Vorlesungen Analysis I bis Analysis III. Hilfreich ist auch die Vorlesung von Einführung in die PDG.

Wir werden als Grundlage des Seminars die Bücher [1] und [2] sowie das Paper [3] benutzen.

Die Vorbesprechung ist Montag 27.01.25 um 14:15 im Raum 2.025.

Literatur

[1] Protter, Murray H, and Hans F Weinberger. *Maximum Principles in Differential Equations.* Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1967. Print.

[2] Evans, Lawrence C. *Partial Differential Equations.* 2. ed. Providence, RI: American Math. Soc., 2010. Print.

[3] Gidas, B. and Ni, Wei Ming and Nirenberg, L. *Symmetry and related properties via the maximum principle*, Comm. Math. Phys. 1979.

*Büro 2.016 *E-mail address:* `dematte@iam.uni-bonn.de`

†Büro 2.023 *E-mail address:* `velazquez@iam.uni-bonn.de`

Termin	N.	Vortragstitel und Literatur	Inhalt
14.04.25 Elena Demattè	**0**	**Einführung in dem Maximumprinzip Teil I.** Chap. 1 Sec. 1&2, Chap. 2 Sec.1, Chap. 3 Sec. 1, Chap.4. Sec.1 aus [1]	Chap. 1 Thm. 1, 2, 3 und Remarks. Thm. 5 und Remarks. Einfürung $-\Delta$ und Mittelwerteigenschaft. Def. elliptische Gleichungen. Einfürung Wärmeleitungsgl und Def. parabolische Gleichungen. Gegenbsp. Wellengleichung und Charakteristische Dreieck.
28.04.25 M. H.	**1**	**Einführung in dem Maximumprinzip Teil II. Elliptische und parabolische Gleichungen** Chap. 2 Sec. 1,2 & 3 und Chap. 3 Sec. 1 & 2 aus [1]	Chap. 2 Thm. 5, 7. Chap. 3 Thm. 1 und Lemma 1, 2 und Thm. 2, 3.
12.05.2025 F. H.	**2**	**Anwendungen: Eindeutigkeit der Lösungen** Chap. 1 Sec. 3 & 4, Chap. 2 Sec. 4, Chap. 3 Sec. 4, Chap. 4 Sec. 4 aus [1]	Chap. 1 Thm 6,7. Chap. 2 Thm 9 und Def. von 1., 2., 3. Grenzwertproblem. Chap 3 Thm 8. Chap. 4 Thm 4(aus Sec.3) und Eindeutigkeit S. 208-209.
19.05.2025 M. D.	**3**	**Anwendungen: Das Prinzip von Phragmèn-Lindelöf** Chap. 2 Sec. 9 und Chap. 3 Sec. 6 aus [1]	Chap. 2 Thm 18,19, Corollary und Bsp danach, (Thm. 20). Chap. 3 Thm 10,11.
26.05.2025 J. F. N.	**4**	**Anwendungen: Harnack-Ungleichungen** Chap. 2. Sec. 7,10 aus [1]	Einfürung bzw. Def. von Greensche Funktionen (Sec.7). Aus Sec. 9 Lemma, Thm 21, 22, Remark (absolut (iii)). Falls Zeit Thm. 23.
02.06.2025 G. L.	**5**	**Anwendungen: The method of moving planes** Chap. 9.5.2 Seiten 518-522 aus [2] und Seiten 209-221 aus [3]	Seiten 518-522. Wo bricht dem Beweis für ein Annulus zusammen? Aus dem Paper Thm 1 und 2, sowie Corollary 1 S. 221.
16.06.2025 C. H.	**6**	**Anwendungen: Hadamardscher Dreikreisesatz** Chap. 2 Sec. 12 und Chap. 3 Sec. 5 aus [1]	Chap. 2 Thm 28, 29, 30 und Strategie für Verallgemeinerung. Chap. 3 Thm. 9.
23.06.2025 F. P.	**7**	**Anwendungen: Eigenwertproblem** Chap. 1 Sec. (5), 7 und Chap. 2 Sec. 8 aus [1]	Chap. 1 aus Sec.5 Seiten 17-21 und aus Sec. 7 Thm. 15, Lemma 1,2 und Thm 16. Chap 2 Thm 17