

Hauptseminar Partielle Differentialgleichungen (S2B2)

Rand- und Eigenwertprobleme

Sommersemester 2021

Prof. Dr. B. Niethammer, C. Eichenberg

Beschreibung

Der Satz von Picard-Lindelöf sichert die Existenz und Eindeutigkeit einer lokalen Lösung des Anfangswertproblems

$$\begin{cases} y^{(n)}(t) = F(t, y(t), \dots, y^{(n-1)}(t)), \\ y^{(k)}(0) = y_{0,k}, \quad k = 0, \dots, n-1, \end{cases}$$

falls F genügend regulär ist. Die Anfangswerte $y_{0,k}$ bestimmen hier eindeutig die Lösung.

In vielen Anwendungen möchte man jedoch die Differentialgleichung unter anderen Nebenbedingungen lösen, z.B eine Gleichung zweiter Ordnung unter vorgegebenen **Randwerten**:

$$\begin{cases} y''(t) = F(t, y(t), y'(t)), \\ y(0) = a, \quad y(1) = b. \end{cases}$$

In anderen Fällen ist man an der Existenz einer periodischen oder beschränkten Lösung interessiert. Im Gegensatz zum Anfangswertproblem gibt es hier vor allem für nichtlineare Gleichungen keine einheitliche Theorie.

Wir wollen in diesem Seminar einerseits anhand von Beispielen Lösungsansätze für obige Fragestellungen diskutieren und andererseits auch Anwendungsbereiche von gewöhnlichen Differentialgleichungen vorstellen. Oft sind hierfür elementare topologische Prinzipien von Nutzen, ggfs. werden wir aber auch funktionalanalytische Konzepte wie Hilberträume und kompakte Operatoren benötigen. Dies umfasst unter anderem folgende Themen:

- Sturm-Liouville Randwertproblem und Greensche Funktion
- Sturm-Liouville Eigenwertproblem und Entwicklungssatz
- Shooting-Methoden
- Asymptotische Entwicklungen
- Direkte Methode der Variationsrechnung

Voraussetzungen

Inhalte der Vorlesung Analysis II, insbesondere lokale Existenztheorie für Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen. Inhalte der Vorlesung Analysis III sind von Vorteil, aber nicht zwingend notwendig.

Organisation

Die Vorbesprechung für das Seminar findet am **Montag**, den **1.3.2021** um **14.15h** per Zoom-Videokonferenz (Meeting ID: 916 0283 6288, Passcode: 286288) statt.

Rückfragen bitte an eichenberg@iam.uni-bonn.de.