

# Übungen zu Analysis I

Wintersemester 2019/2020

Prof. Dr. S. Conti — Dr. P. Gladbach — Dr. T. Simon



## Übungsblatt 4

Abgabe: Mo 4.11.19

### Aufgabe 1 (Komplexe Zahlen I, 3+3+2 Punkte):

- (a) Sei  $w := 3 - i$ . Berechnen Sie Real- und Imaginärteil von  $w^2$  und  $\frac{1}{w}$  sowie  $|w|$ .
- (b) Sei  $z := \frac{2+i3}{3-i4}$ . Berechnen Sie  $\operatorname{Re}(z)$ ,  $\operatorname{Im}(z)$  und  $\bar{z}$ .
- (c) Sei  $c \in \mathbb{C}$  mit  $|c| \leq 1$ . Zeigen Sie, dass für  $z \in \mathbb{C}$  die Eigenschaft  $|z| \leq 1$  genau dann gilt, wenn  $|z - c| \leq |1 - \bar{c}z|$ .

### Aufgabe 2 (Komplexe Zahlen II, 3+3+2 Punkte):

- (a) Finden Sie alle Lösungen in  $\mathbb{C}$  der Gleichung  $z^4 = 1$ .
- (b) Finden Sie alle Lösungen in  $\mathbb{C}$  der Gleichung  $z^4 = -1$ .
- (c) Skizzieren Sie alle Lösungen aus (a),(b) in der komplexen Ebene.

### Aufgabe 3 (Konvergenz I, 2+2+2+2 + 4\* Punkte):

Entscheiden Sie für folgende Folgen  $a, b, c, d, e : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ , ob sie konvergieren, und bestimmen Sie wenn ja den Grenzwert. Beweisen Sie ihr Resultat.

- (a)  $a_n := \frac{n^4+4}{n^3-7}$ .
- (b)  $b_n := \frac{n^5+7n^3}{6n^5-8n^4+1}$ .
- (c)  $c_n := x^n$ , mit  $x \in \mathbb{R}$ .
- (d)  $d_n := \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ .
- (e\*) (4 Zusatzpunkte) Sei  $c > 0$ . Definiere  $e_0 := 0$ ,  $e_{n+1} := \sqrt{c + e_n}$ .

### Aufgabe 4 (Konvergenz II, 4+4+4\* Punkte):

Seien  $a, b : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  zwei Folgen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- (a) Wenn  $a_n$  beschränkt ist und  $b_n \rightarrow 0$ , dann  $a_n b_n \rightarrow 0$ .
- (b) Wenn  $b_n \rightarrow 0$  und  $a_n b_n \rightarrow 0$ , dann ist  $a_n$  beschränkt.
- (c\*) Wenn  $a_n \rightarrow a^*$ , dann  $\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n a_i \rightarrow a^*$ .

---

Hinweise können auf der Webseite der Vorlesung gefunden werden, sodass optional eine Bearbeitung ohne Hilfestellung möglich ist. Der Zettel kann in Zweiergruppen abgegeben werden unter der Voraussetzung, dass beide Partner das gleiche Tutorium besuchen.

Der Helpdesk zur Analysis 1 findet für alle Studierenden am Dienstag und Donnerstag jeweils von 13-16 Uhr im Raum N1.002 statt. Der Helpdesk speziell für Lehramtsstudierende findet am Montag von 12-14 Uhr und am Mittwoch von 14-16 Uhr im Raum N0.007, sowie am Donnerstag von 14-16 Uhr im Raum N0.008 statt.

---