
Abgabe in der Vorlesung am Montag, 2017-07-17

Aufgabe 1. (a) Wieviele Nullstellen (mit Vielfachheit) hat $z^7 + 5z^4 + 2$ auf der Einheitskreisscheibe $B_1(0)$? (5 Pkt.)

(b) Beweisen Sie den Fundamentalsatz der Algebra mithilfe des Argumentprinzips. (5 Pkt.)

Aufgabe 2. Berechnen Sie die Integrale

(a) $\int_0^\infty \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$, (5 Pkt.)

(b) $\int_0^{2\pi} \frac{3+2\sin t}{5+4\cos t} dt$. (5 Pkt.)

Aufgabe 3. Zeigen Sie dass die Menge der Koeffizienten $(a_0, \dots, a_{d-1}) \in \mathbb{C}^d$ für die das normierte Polynom $a_0 + a_1z + \dots + a_{d-1}z^{d-1} + z^d$ nur reelle Nullstellen besitzt abgeschlossen ist. (10 Pkt.)

Aufgabe 4. Bestimmen Sie die Lage und den Typ der Singularitäten sowie die Ordnung der ggf. vorhandener Pole folgender Funktionen:

(a) $\cos(z^{-3})$, (2 Pkt.)

(b) $\frac{4z+2}{9z^2-25}$, (2 Pkt.)

(c) $\frac{\Gamma(z)}{e^z-1}$, (3 Pkt.)

(d) $\frac{(z-1)^1(z+2)}{1-\sin(\pi z/2)}$. (3 Pkt.)