

Analysis I

Aufgabe 1. Bestimme jeweils eine Stammfunktion von

- i) $f(x) = x^5 \ln(x), \quad x \in]0, \infty[.$
- ii) $f(x) = x^5 \exp(x), \quad x \in \mathbb{R}.$
- iii) $f(x) = x \cdot (\ln(x))^5, \quad x \in]0, \infty[.$

Aufgabe 2. Bestimme jeweils eine Stammfunktion von

- i) $f(x) = \frac{3x}{x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6}$
- ii) $f(x) = \frac{1}{x^4 + 1}$

Hinweis für Teil i): Alle Nullstellen des Polynoms $x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 7x + 6$ sind ganzzahlig und betragsmäßig kleiner 5.

Aufgabe 3. Berechne

- i) $\int_0^1 x^p (1-x)^q dx, \quad p, q \in \mathbb{N}.$
- ii) $\int_0^{2\pi} \sin(nx) \cos(mx) dx, \quad n, m \in \mathbb{N}.$

Aufgabe 4. Sei $n \in \mathbb{N}$. Berechne die uneigentlichen Integrale

- i) $\int_0^1 \frac{x^n}{\sqrt{1-x^2}} dx$
- ii) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^n}$