WS 2004 **Blatt 2** 29.4.2004

Dozent: Karl-Theodor Sturm Assistent: Atle Hahn

# Analysis II

**Aufgabe 1.** Bestimme jeweils eine Stammfunktion:

i) $\arccos(2x), \quad x \in ]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$

ii) $e^{2x}(2x+1)\sin(3x), \quad x \in \mathbb{R}$

iii) $\frac{e^x}{e^{3x}-1}, \quad x \neq 0$

**Aufgabe 2.** Berechne die folgenden Integrale:

i) $\int_2^4 \sqrt{\frac{x}{x-1}}\, dx$

ii) $\int_{\pi/12}^{\pi/4} \frac{\cos^3(2x)}{\sin^2(2x)}\, dx$

iii) $\int_2^3 \frac{1}{x^4-1}\, dx$

**Aufgabe 3.** Sei $r > 0$. Zeige:

i) $\int_{-r}^{r} \sqrt{r^2 - x^2}\, dx = \frac{\pi}{2} r^2$

ii) $\int_{-r}^{r} \big[\int_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} \sqrt{(\sqrt{r^2-x^2})^2 - y^2}\, dy\big]\, dx = \frac{2}{3}\pi r^3$

Zusatzfrage (ohne Punkte): Wieso folgt aus Teil i) anschaulich, dass ein Halbkreis vom Radius $r$ den Flächeninhalt $\frac{\pi}{2}r^2$ hat? Wieso folgt aus Teil ii), dass eine Halbkugel vom Radius $r$ den Rauminhalt $\frac{2}{3}\pi r^3$ hat?

**Aufgabe 4.** Zeige: Das uneigentliche Integral

$$\int_0^\infty \sin(x^2) dx$$

konvergiert.