

---

**Abgabe in der Vorlesung am Montag, 2017-07-17**

---

**Aufgabe 1.** (a) Wieviele Nullstellen (mit Vielfachheit) hat  $z^7 + 5z^4 + 2$  auf der Einheitskreisscheibe  $B_1(0)$ ? (5 Pkt.)

(b) Beweisen Sie den Fundamentalsatz der Algebra mithilfe des Argumentprinzips. (5 Pkt.)

**Aufgabe 2.** Berechnen Sie die Integrale

(a)  $\int_0^\infty \frac{x^2}{(x^2+4)^2} dx$ , (5 Pkt.)

(b)  $\int_0^{2\pi} \frac{3+2\sin t}{5+4\cos t} dt$ . (5 Pkt.)

**Aufgabe 3.** Zeigen Sie dass die Menge der Koeffizienten  $(a_0, \dots, a_{d-1}) \in \mathbb{C}^d$  für die das normierte Polynom  $a_0 + a_1z + \dots + a_{d-1}z^{d-1} + z^d$  nur reelle Nullstellen besitzt abgeschlossen ist. (10 Pkt.)

**Aufgabe 4.** Bestimmen Sie die Lage und den Typ der Singularitäten sowie die Ordnung der ggf. vorhandener Pole folgender Funktionen:

(a)  $\cos(z^{-3})$ , (2 Pkt.)

(b)  $\frac{4z+2}{9z^2-25}$ , (2 Pkt.)

(c)  $\frac{\Gamma(z)}{e^z-1}$ , (3 Pkt.)

(d)  $\frac{(z-1)^1(z+2)}{1-\sin(\pi z/2)}$ . (3 Pkt.)