Sommersemester 2017
Komplexe analysis
Übungsblatt 9

Universität Bonn
Prof. Dr. Sergio Conti
Dr. Pavel Zorin-Kranich

Abgabe in der Vorlesung am Montag, 2017-06-26

Aufgabe 1 (Riemannsche Abbildungen)**.** Geben Sie biholomorphe bijektive Abbildungen der folgenden einfach zusammenhängeden Mengen auf die Einheitskreisscheibe an. Begründen Sie jeweils die Bijektivität (Holomorphie sollte aus den Formeln ersichtlich sein und muss nicht nachgeprüft werden).

(a) die rechte Halbebene $\{\Re z > 0\}$, (1 Pkt.)

(b) der Sektor $\{re^{i\phi}, r > 0, \phi \in (-a, a)\}$ mit $0 < a \leq \pi$, (3 Pkt.)

(c) der Halbkreis $\{|z| < 1, \Im z > 0\}$ (*Hinweis:* finden Sie eine Möbiustransformation die den Halbkreis auf einen Sektor abbildet), (3 Pkt.)

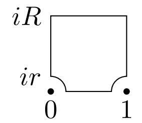
(d) der Streifen $\{|\Im z| < a\}$, $a > 0$. (3 Pkt.)

Aufgabe 2. Zeigen Sie

$$\int_0^{2\pi} \log|1 - e^{i\theta}| d\theta = 0. \qquad \text{(10 Pkt.)}$$

Aufgabe 3. Zeigen Sie

$$\int_0^1 \log(\sin(\pi x)) = -\log 2. \qquad \text{(10 Pkt.)}$$



Aufgabe 4 (Satz von Hurwitz, lokale Version)**.** Seien $z_0 \in \mathbb{C}$ und $r > 0$ sowie $f_n : B_r(z_0) \to \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$, holomorphe Funktionen. Man nehme an dass die Folge f_n gleichmäßig gegen einen Grenzwert f konvergiert und $f(z_0) = 0$, $f \not\equiv 0$.
Zeigen Sie mithilfe des Maximumprinzips dass eine Folge komplexer Zahlen z_n mit $z_n \to z_0$ und ein $n_0 \in \mathbb{N}$ mit $f_n(z_n) = 0$ für alle $n > n_0$ existieren. (10 Pkt.)