Sommersemester 2017
Komplexe analysis
Übungsblatt 8

Universtität Bonn
Prof. Dr. Sergio Conti
Dr. Pavel Zorin-Kranich

Abgabe in der Vorlesung am Montag, 2017-06-19
DIE AUFGABEN 4 UND 5 WURDEN AUSGETAUSCHT. Die bisherigen Aufgaben benutzen die komplexe Logarithmusfunktion und werden auf die nächste Woche verschoben.

Aufgabe 1. Betrachten Sie die Folgen von Funktionen auf $\mathbb{R}$

(a) $f_n = n1_{[0,1/n]}$,

(b) $f_n = \frac{1}{n}1_{[0,n]}$,

(c) $f_n = 1_{[n,n+1]}$.

Diese Folgen konvergieren punktweise gegen 0 und $\int f_n = 1$ für alle n. Wieso widerspricht das nicht dem Satz über dominierte Konvergenz? (3 Pkt.)

Aufgabe 2. Seien $z_1, \dots, z_n \in \mathbb{C}$ mit $|z_1| = \cdots = |z_n| = 1$. Sei $f(z) = \prod_{j=1}^{n}(z - z_n)$. Zeigen Sie dass ein $z \in \mathbb{C}$ mit $|f(z)| = |z| = 1$ existiert. (7 Pkt.)

Aufgabe 3. Berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1} dx. \qquad (10 \text{ Pkt.})$$

Aufgabe 4. Sei $z_0 \in \mathbb{C}$, $r > 0$, und $f : B_r(z_0) \setminus \{z_0\} \to \mathbb{C}$ holomorph mit

$$|f(z)| \leq C|z - z_0|^{-1+\epsilon}$$

für ein $\epsilon > 0$. Zeigen Sie dass z_0 eine hebbare Singularität von f ist.

Aufgabe 5. Sei f eine ganze injektive Funktion. Zeigen Sie dass $f(z) = az + b$ mit $a \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{C}$ ist.