Universität Bonn
Prof. Dr. Sergio Conti
Dr. Pavel Zorin-Kranich

Abgabe in der Vorlesung am Montag, 2017-04-24
Die Aufgaben sollten in der Regel in Zweiergruppen bearbeitet und eingereicht werden (größere Gruppen sind unzulässig). Dabei sollte jedes Gruppenmitglied die eingereichte Endfassung von mindestens einer Aufgabe aufschreiben.

Aufgabe 1 (Rechnen in $\mathbb{C}$)**.** Bestimmen Sie den Real- und den Imaginärteil folgender Zahlen:

(a) $\frac{1+i}{1-i}$, (2 Pkt.)

(b) $\frac{1-2i}{3+4i}$, (2 Pkt.)

(c) i^n, $n \in \mathbb{Z}$, (2 Pkt.)

(d) $(1 - i\sqrt{3})^n$, $n \in \mathbb{Z}$, (2 Pkt.)

(e) $\sum_{k=1}^{7} \left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^k$ (2 Pkt.)

Aufgabe 2 (Dreiecksungleichung)**.** Seien $z = a + ib$ und $w = c + id$ mit $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ gegeben. Zeigen Sie dass

(a) $|z + w| \leq |z| + |w|$, (5 Pkt.)

(b) $||z| - |w|| \leq |z + w|$. (5 Pkt.)

Verwenden Sie dabei ausschließlich die Körper- und Ordnungsaxiome in $\mathbb{R}$ sowie die Tatsache dass $a^2 \geq 0$ für alle $a \in \mathbb{R}$ gilt.

Aufgabe 3. Sei $\mathbb{K}$ ein Körper mit einem Element i für welches $i^2 = -1$ gilt. Zeigen Sie dass $\mathbb{K}$ nicht total geordnet werden kann, also dass keine Relation $\succ$ auf $\mathbb{K}$ existiert die die folgenden Axiome erfüllt:

- für alle $z, u \in \mathbb{K}$ gilt genau eine der Relationen $z \succ u$, $u \succ z$, oder $u = z$,
- für alle $z, u, v \in \mathbb{K}$ gilt $u \succ v \implies z + u \succ z + v$,
- für alle $z, u, v \in \mathbb{K}$ gilt $z \succ 0 \wedge u \succ v \implies zu \succ zv$.

Insbesondere kann der Körper der komplexen Zahlen nicht total geordnet werden. (10 Pkt.)